



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 10.03.2023

CLASA a VII-a

Problema 1.(7 puncte)

Se consideră numărul $a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Arătați că $a < 2$, oricare ar fi numărul natural nenul n .

b) Aflați valoarea lui n pentru care $a = \frac{4047}{2024}$.

Problema 2.(7 puncte)

Se consideră numărul

$$b = \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{6})\sqrt{2} - (\sqrt{2} - \sqrt{6})\sqrt{6}} + \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{2} + (\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6}}.$$

a) Calculați b .

b) Calculați media geometrică a numerelor $\sqrt{b^2 + 1}$ și $\sqrt{b^2 - 8}$.

Problema 3.(7 puncte)

$ABCD$ este un trapez dreptunghic la care $AB \parallel CD$, $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$, iar $\sphericalangle C = 45^\circ$.

Dacă mediatoarea laturii BC intersectează dreapta AD în punctul E , demonstrați că segmentele AE și CD sunt congruente.

Problema 4.(7 puncte)

Se consideră dreptunghiul $ABCD$. Pe latura BC se consideră punctul M și se notează $AM \cap CD = \{N\}$ și $DM \cap AB = \{P\}$.

a) Arătați că $\triangle ABM \sim \triangle NCM$.

b) Arătați că $AB^2 = BP \cdot CN$.

c) Dacă lungimea dreptunghiului este de trei ori mai mare decât lățimea, determinați numărul maxim de pătrate ce pot fi decupate din dreptunghi, dacă aceste pătrate au latura egală cu o treime din lățimea dreptunghiului.

*Subiectele au fost - propuse de prof. Paula Balica - Școala Ion Agârbiceanu Cluj-Napoca
prof. Ioan Balica - Școala Ioan Bob Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda*

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru - 2 ore.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”

Anton Pann

Succes!