



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 10.03.2023

CLASA a VIII-a

Problema 1 (7 puncte)

- a) Arătați că $a + \frac{1}{a} \geq 2$, pentru orice a , număr real nenul, pozitiv.
- b) Determinați numerele reale $x \neq 0$ și y , pentru care $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 7} + \sqrt{9x^2 + 4y^2 - 12xy + 4} = 5$.

Problema 2 (7 puncte)

Se consideră expresia :

$$E(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{3x^2 - 48} : \left[\left(\frac{1}{x^2 + 2x} - \frac{1}{6 - 3x} - \frac{2}{x^2 - 4} \right) : \frac{2x - 8}{x^3 - 3x^2 + 2x} \right], \text{ unde}$$

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -2, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

- a) Demonstrați că $x^3 - 3x^2 - x + 3 = (x - 3)(x - 1)(x + 1)$, pentru orice x număr real.
- b) Arătați că $E(x) = \frac{2(x+1)}{x+4}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, -2, 0, 1, 2, 3, 4\}$

Problema 3 (7 puncte)

O piramidă patrulateră regulată $VABCD$ are $VA = 10 \text{ cm}$ și $VM = 5\sqrt{3} \text{ cm}$, unde M este mijlocul segmentului BC .

- a) Determinați aria bazei.
- b) Determinați tangenta $\sphericalangle((VAC), (VBC))$.
- c) Fie T un punct situat pe DC astfel încât suma $VT + TM$ să fie minimă. Calculați lungimea segmentului TC .

Problema 4 (7 puncte)

În cubul $ABCD A' B' C' D'$ aria triunghiului $\Delta AB' C$ este egală cu $32\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

- a) Determinați diagonala cubului.
- b) Demonstrați că dreapta $A' C$ este perpendiculară pe planul $(AB' D')$

*Subiectele au fost - propuse de prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda*

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Succes!