

Prezenta lucrare conține _____ pagini



**CONCURSUL JUDEȚEAN
"MATEMATICA GIMNASTICA
MINȚII"
EDIȚIA a II-a, 27 APRILIE 2024
SUBIECTE MATEMATICĂ
CLASA a V-a**

Numele:.....
.....
Inițiala prenumelui tatălui:
Prenumele:.....
.....
Școala de proveniență:
.....
Centrul de examen:
Localitatea:
Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

Toate subiectele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru: 120 minute
Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I (30 puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p) 1. Rezultatul calculului $2012^0 - 2012 : 2012 + 2012$, este:

- a) 2012 b. 2013 c. 2011 d. 1

5p) 2. Andrei și Bianca au împreună 51 bomboane, Bianca și Cornel au împreună 45 bomboane, iar Cornel și Andrei au împreună 24 bomboane. Atunci:

- a. Andrei are 9 bomboane c. Andrei are 15 bomboane
b. Bianca are 9 bomboane d. Bianca are 15 bomboane

5p) 3. Dacă $2^x = 8$ și $3^y = 9$, atunci $x^2 + y^2$ este:

- a) 13 b) 25 c. 18 d. 17

5p) 4. Radu are 7 ani iar mama lui 37 ani. Radu avea de 11 ori mai puțin decât mama sa, în urmă cu :

- a) 4 ani b) 5 ani c) 2 ani d) 3 ani

5p) 5. Numărul având suma cifrelor 23, care împărțit la 9 dă câtul 96 este:

- a) 896 b) 869 c) 887 d) 878

5p) 6. Valoarea numărului natural x din ecuația $3^{x+3} + 3^{x+2} - 3^x = 315$ este:

- a) 2 b) 3 c) 0 d) 1

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p) 1. Suma numerelor naturale de forma ab care verifică egalitatea $\overline{ab} + \overline{ba} = 55$ este:

- a) 110 b) 201 c) 96 d) 160

5p) 2. Suma cifrelor numărului $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 2^{2012} \cdot 5^{2013}$ este egală cu:

- a) 10 b) 12 c) 6 d) 4
-

- 5p) 3. Rezultatul calculului $(2^{n+3} \cdot 3^n + 2^n \cdot 3^{n+1} + 6^n) : 6^n$ este:
a) 11 b) 8 c) 12 d) 3^x
- 5p) 4. Ultima cifră a numărului $n = 1 + 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2012}$ este:
a) 8 b) 6 c) 4 d) 2
- 5p) 5. Dacă $a + 3b = 427$ și $2b + 3c = 232$, atunci $2a + 16b + 15c$ are valoarea:
a) 2011 b) 2012 c) 2013 d) 2014
- 5p) 6. Valoarea numărului natural x ca fracția $\frac{1x+x2}{67}$ sa fie echiunitară este:
a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

15p) 1. Un bunic are doi nepoți. Vârsta bunicului se exprimă printr-un număr de două cifre, fiecare cifră exprimând vârsta unui nepot. Ce vârstă are fiecare dacă suma celor trei vârste este de 84 de ani?

15p) 2. Un bancomat este alimentat numai cu monede de 3 euro și 5 euro.

- a) Arătați că putem extrage sumele de 8, 17, 28, 31 euro;
b) Arătați că pentru a elibera o sumă pară, bancomatul va da un număr par de monede.
-

Prezenta lucrare conține _____ pagini



**CONCURSUL JUDEȚEAN
”MATEMATICA GIMNASTICA
MINȚII”
EDIȚIA a II-a, 27 APRILIE 2024
SUBIECTE MATEMATICĂ
CLASA a VI-a**

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

Toate subiectele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru: 120 minute
Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I (30 puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p) 1. Rezultatul calculului $-8 - 32 : (-8 + 6)^3$ este:
a) 5 b) -5 c) 4 d) -4

5p) 2. Numărul numerelor naturale de forma $\overline{5a2}$, divizibile cu 6, este:
a) 2 b) 3 c) 1 d) 4

5p) 3. Dacă $\frac{a}{2} = \frac{5}{b}$, $b \neq 0$, atunci rezultatul calculului $(a \cdot b - 5)^2$ este egal cu:
a) 25 b) 10 c) 15 d) 20

5p) 4. Suma a 41 de numere întregi consecutive este 41. Cel mai mic număr din cele 41 este egal cu:
a) -21 b) 21 c) -19 d) -20

5p) 5. Prețul unui obiect crește cu 25%. Cu ce procent ar trebui să se ieftinească, pentru a ajunge la prețul inițial?
a) 30% b) 25% c) 20% d) 22%

5p) 6. 12 muncitori pot termina o lucrare în 30 de ore. După ce termină jumătate din lucrare, 3 muncitori pleacă. Numărul de ore cu care se prelungește terminarea lucrării este egal cu:
a) 35 ore b) 5 ore c) 6 ore d) 10 ore

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p) 1. Punctele A, B, C și D sunt situate în această ordine pe cercul $C(O, r)$, astfel încât $AB \parallel DC$. Dacă punctele A și B sunt diametral opuse și $\angle OCD = 40^\circ$, atunci măsura arcului ADC este:
a) 110° b) 100° c) 140° d) 80°

5p) 2. În triunghiul ABC, fie I intersecția bisectoarelor unghiurilor triunghiului și $\angle BAC = 50^\circ$. Atunci măsura unghiului $\angle BIC$ este:
a) 130° b) 115° c) 100° d) 50°

5p) 3. Triunghiul obtuzunghic ABC este isoscel și are două dintre laturi cu lungimile de 10 cm și 6 cm. Perimetrul triunghiului ABC este:

- a) 22 cm b) 26 cm c) 24 cm d) 20 cm

5p) 4. În triunghiul ABC avem: $\angle BAC=36^{\circ}$, $\angle ACB=72^{\circ}$ și (BM este bisectoarea unghiului ABC, $M \in AC$). Dacă $BC = 12$ cm atunci lungimea lui AM este:

- a) 6 cm b) 8 cm c) 10 cm d) 12 cm

5p) 5. Complementul suplementului unghiului cu măsura de 123° este:

- a) $61^{\circ}30'$ b) 123° c) 57° d) 33°

5p) 6. În triunghiul ascuțitunghic MIC înălțimile IR și MT se intersectează în H, cu $R \in MC$ și $T \in IC$. Dacă $\angle TMI=30^{\circ}$ și $\angle MIR=35^{\circ}$, atunci unghiul MCI are măsura egală cu:

- a) 60° b) 65° c) 70° d) 90°

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

Scrieti rezolvările complete.

15p) 1. Într-o clasă sunt mai puțin de 30 de elevi. În laboratorul de biologie stau câte 3 elevi într-o bancă, în laboratorul de chimie stau câte 4 elevi într-o bancă și în ambele laboratoare un elev rămâne întotdeauna singur în bancă. Aflați câți elevi sunt în clasă dacă în cabinetul de matematică, unde stau câte 5 elevi într-o bancă, sunt cuprinși toți elevii.

- a) Pot fi în clasă 20 de elevi? Justificați.
b) Aflați câți elevi sunt în clasă?
c) Aflați numărul fetelor și numărul băieților din clasă știind că numărul băieților este cu 2 mai mic decât jumătate din numărul fetelor.

15p) 2. În interiorul unghiului drept AOB se consideră punctele C și D astfel încât $\angle BOC = \angle AOD = 60^{\circ}$ și $OC = OD$. Fie $CE \perp AO$ și $DF \perp OB$, unde $E \in OA$ și $F \in OB$.

- a) Determinați măsurile unghiurilor triunghiului COD;
b) Arătați că $CE = DF$;
c) Demonstrați că $EF \parallel CD$.
-

Prezenta lucrare conține _____ pagini



**CONCURSUL JUDEȚEAN
"MATEMATICA GIMNASTICA
MINȚII"
EDIȚIA a II-a, 27 APRILIE 2024
SUBIECTE MATEMATICĂ
CLASA a VII-a**

Numele:.....

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:.....

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

Toate subiectele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru: 120 minute
Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I (30 puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 5p) 1. Rezultatul calculului $(\frac{3}{2})^{-1} + 3^{-1} + (-1)^{-1}$ este:
a) 1 b) 0 c) -1 d) 2
- 5p) 2. Se dă mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{x-2} \in \mathbb{Z}\}$. Suma elementelor mulțimii A este:
a) 16 b) 20 c) -10 d) -15
- 5p) 3. Dacă $\sqrt{a} = \sqrt{432} - \sqrt{147} + \sqrt{75}$ atunci valoarea lui a este:
a) 500 b) 400 c) 200 d) 300
- 5p) 4. Numărul soluțiilor întregi negative ale inecuației $-x - 13 < -7$ este:
a) 3 b) 4 c) 5 d) 2
- 5p) 5. Valoarea numărului real a pentru care $a\sqrt{6^2 - 3^2} + \sqrt{12^2 + 5^2} - \sqrt{3} \in \mathbb{Q}$ este:
a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$
- 5p) 6. Media geometrică a numerelor $a = |\sqrt{3} + 2|$ și $b = |\sqrt{3} - 2|$ este:
a) 2 b) 3 c) 0 d) 1

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 5p) 1. Un trapez are linia mijlocie egală cu 10cm și înălțimea egală cu 6cm. Aria trapezului este:
a) 120 cm² b) 90 cm² c) 60 cm² d) 180 cm²
- 5p) 2. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în B și $BD \perp AC$, $D \in AC$. Dacă $AE \parallel DB$, $E \in BC$, $\angle ACB = 60^\circ$ și $BD = 2\sqrt{3}$ cm, atunci lungimea segmentului AE este:
a) $10\sqrt{3}$ cm b) $8\sqrt{3}$ cm c) $6\sqrt{3}$ cm d) 10 cm
-

5p) 3. Fie ABCD un trapez isoscel cu $\angle A = 60^\circ$, $DC = 4\text{cm}$ și $AB = 8\text{cm}$. Dacă $AD \cap BC = \{M\}$, atunci perimetrul triunghiului MDC este:

- a) 12 cm b) 24 cm c) 16 cm d) 20 cm

5p) 4. ABCD este un paralelogram cu aria de 240cm^2 . Dacă $AC \cap BD = \{O\}$, atunci aria triunghiului AOB este:

- a) 80cm^2 b) 100cm^2 c) 60cm^2 d) 90cm^2

5p) 5. În patratul ABCD cu latura de $6\sqrt{2}\text{cm}$, E este mijlocul laturii DC și $AE \cap DB = \{F\}$. Lungimea segmentului DF este:

- a) 6 cm b) 8 cm c) 10 cm d) 4 cm

5p) 6. Triunghiul ABC este înscris în cercul de centru O și are $\angle ABC$ egal cu 30° și $AC = 6\text{cm}$. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu:

- a) 10 cm b) 6 cm c) 8 cm d) 9 cm

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

15p) 1. Se consideră numerele reale

$$a = \sqrt{6} \left(\frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{(6\sqrt{2} - 5\sqrt{3})^2} \text{ și } b = 2\sqrt{6} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 2\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} - 2$$

a) Arată ca $b = 2\sqrt{3}$.

b) Demonstrează ca $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

15p) 2. Se consideră pătratul ABCD cu latura de 20 cm și triunghiul echilateral MDC. Punctul E este mijlocul laturii MC.

a) Arătați că $DE = 10\sqrt{3}\text{cm}$;

b) Știind că punctul $F \in DC$, determinați lungimea segmentului DF astfel încât suma distanțelor dintre AF și EF să fie minimă.

Prezenta lucrare conține _____ pagini



**CONCURSUL JUDEȚEAN
"MATEMATICA GIMNASTICA
MINȚII"
EDIȚIA a II-a, 27 APRILIE 2024
SUBIECTE MATEMATICĂ
CLASA a VIII-a**

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

Toate subiectele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru: 120 minute
Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I (30 puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p) 1. Dacă n este cel mai mare număr natural din intervalul $[-\sqrt{7}, \sqrt{13}]$, atunci n este:
a) 2 b) 3 c) $\sqrt{13}$ d) 4

5p) 2. Media geometrică a numerelor $a=3-2\sqrt{2}$ și $b=3+2\sqrt{2}$ este:
a) $3-2\sqrt{2}$ b) 1 c) 3 d) $3+2\sqrt{2}$

5p) 3. Dacă $E(x)=x^2+4x+7$, atunci valoarea minimă a expresiei este:
a) -3 b) 0 c) 3 d) 7

5p) 4. Forma cea mai simplă a expresiei $E(x)=\frac{1}{x-2}-\frac{4}{4-x^2}+\frac{1}{x+2}$ este:
a) 1 b) $\frac{2}{(x+2)(x-2)}$ c) $\frac{2}{x-2}$ d) $\frac{2}{x+2}$

5p) 5. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$. Dacă A și B sunt punctele în care graficul funcției intersectează axele Ox , respectiv Oy , atunci lungimea segmentului AB este:
a) 2 b) $\sqrt{5}$ c) 4 d) $2\sqrt{5}$

5p) 6. Suma pătratelor rădăcinilor ecuației $x^2+2x-3=0$ este:
a) -6 b) 0 c) 3 d) 10

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p) 1. În prisma patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$ se dau $AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ și $AA' = 6\sqrt{3} \text{ cm}$, $AC \cap BD = \{O\}$. Sinusul unghiului format de dreapta OC' cu planul $(B'BC)$ este:
a) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ c) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

5p) 2. În prisma patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$ se dau $AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ și $AA' = 6\sqrt{3} \text{ cm}$, $AC \cap BD = \{O\}$ și punctul M este mijlocul segmentului BC . Unghiul diedru dintre planele $(B'BC)$ și $(C'OM)$ are măsura:
a) 60^0 b) 90^0 c) 45^0 d) 30^0

5p) 3. În cubul $ABCD A' B' C' D'$, cu $AB = 12 \text{ cm}$, se iau punctele E mijlocul segmentului $D'C'$ și punctul F mijlocul segmentului AD . Perimetrul triunghiului $\Delta A'FE$ este :
a) $6(2\sqrt{5} + \sqrt{6}) \text{ cm}$ b) $18\sqrt{5} \text{ cm}$ c) $6(2\sqrt{6} + \sqrt{5}) \text{ cm}$ d) $18\sqrt{6} \text{ cm}$

5p) 4. În cubul $ABCD A' B' C' D'$, cu $AB = 12 \text{ cm}$, se iau punctele E mijlocul segmentului $D'C'$ și punctul F mijlocul segmentului AD . Distanța de la punctul E la dreapta BF este :
a) $\frac{6\sqrt{145}}{5}$ b) $\frac{6\sqrt{29}}{5}$ c) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ d) $\frac{6\sqrt{6}}{5}$

5p) 5. O piscină în formă de paralelipiped dreptunghic are lungimea bazei de 32 m și lățimea apei de 24 m este umplut cu apă, conține 2304 kl . Înălțimea piscinei este egală cu :
a) $2,25 \text{ m}$ b) $2,5 \text{ m}$ c) $2,75 \text{ m}$ d) 3 m

5p) 6. Înălțimea unui tetraedru regulat cu muchia de 6 dm este :
a) $3\sqrt{3} \text{ dm}$ b) $3\sqrt{6} \text{ dm}$ c) $2\sqrt{6} \text{ dm}$ d) $3\sqrt{2} \text{ dm}$

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

Scrieți rezolvările complete.

15p) 1. Fie funcțiile $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 2x - 4$ și $g : R \rightarrow R$, $g(x) = -x + 5$.
a) Calculați aria triunghiului format de graficele celor două funcții și axa Oy .
b) Dacă A este punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa Oy , determinați distanța de la punctul A la graficul funcției g .

15p) 2. Fie prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu $AB = AA' = 12 \text{ cm}$.
a) Determinați lungimea drumului minim parcurs de o furnică ce pleacă din vârful A , intersectează muchia BB' și ajunge în vârful C' .
b) Aflați poziția punctului M pe AA' dacă $d(A, (MBC)) = 3\sqrt{3} \text{ cm}$.



**CONCURSUL JUDEȚEAN
 ”MATEMATICA GIMNASTICA MINȚII”
 EDIȚIA a II-a , 27 APRILIE 2024
 BAREM MATEMATICĂ- CLASA A V-A**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL AL II- LEA se punctează astfel:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL AL III-LEA

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I - 30 PUNCTE (6x5 PUNCTE)

I. 1.	I. 2.	I. 3.	I. 4.	I. 5.	I. 6.
a	c	a	a	b	a

SUBIECTUL AL II-LEA- 30 PUNCTE (6 x 5 PUNCTE)

II.1.	II. 2.	II. 3.	II. 4.	II. 5.	II. 6.
a	b	c	d	d	c

SUBIECTUL AL II-LEA 30 PUNCTE (2x15 PUNCTE)

III. 1 Un bunic are doi nepoți. Vârsta bunicului se exprimă printr-un număr de două cifre, fiecare cifră exprimând vârsta unui nepot. Ce vârstă are fiecare dacă suma celor trei vârste este de 84 de ani?

Fie \overline{ab} vârsta bunicului și evident a, respectiv b vârstele nepoților.....1p

$\overline{ab} + a + b = 84$1p

$11 \cdot a + 2b = 84$1p

Egalitatea are loc dacă a este număr par.....2p

Pentru $a \geq 8$, avem $11 \cdot a \geq 88 > 84$, deci $a \in \{2, 4, 6\}$ (1).....3p

Dacă $b \leq 9$, atunci $2 \cdot b \leq 18 \Rightarrow 11 \cdot a \geq 84 - 18 \Rightarrow 11 \cdot a \geq 66 \Rightarrow a \geq 6$ (2).....3p

Din (1) și (2) rezultă $a=6$ și $b=(84-66):2 \Rightarrow b = 9$2p

Bunicul are 69 ani, nepoții au 6, respectiv 9 ani și $69+6+9 = 84$2p

III. 2 Un bancomat este alimentat numai cu monede de 3 euro și 5 euro.

a) Arătați că putem extrage sumele de 8, 17, 28, 31 euro;

b) Arătați că pentru a elibera o sumă pară, bancomatul va da un număr par de monede.

a) $8 = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 5$1p

$17 = 4 \cdot 3 + 1 \cdot 5$1p

$28 = 6 \cdot 3 + 2 \cdot 5$1p

$31 = 7 \cdot 3 + 2 \cdot 5$1p



- b) Notăm a=monede de 3 euro
b=monede de 5 euro.....1p

Cazul I

$$\text{Dacă } \left. \begin{array}{l} a = \text{impar} \\ b = \text{impar} \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = \text{par}$$

$$3a+5b=\text{par}.....2p$$

Cazul II

$$\text{Dacă } \left. \begin{array}{l} a = \text{par} \\ b = \text{par} \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = \text{par}$$

$$3a+5b=\text{par}.....2p$$

Cazul III

$$\text{Dacă } \left. \begin{array}{l} a = \text{par} \\ b = \text{impar} \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = \text{impar}$$

$$3a+5b=\text{par, dacă } a > b.....2p$$

Cazul IV

$$\text{Dacă } \left. \begin{array}{l} a = \text{impar} \\ b = \text{par} \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = \text{impar}$$

$$3a+5b=\text{impar, dacă } a > b.....2p$$

Finalizare2p



**CONCURSUL JUDEȚEAN
 ”MATEMATICA GIMNASTICA MINȚII”
 EDIȚIA a II-a , 27 APRILIE 2024
 BAREM MATEMATICĂ- CLASA A VI-A**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL AL II- LEA se punctează astfel:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL AL III-LEA

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I - 30 PUNCTE (6x5 PUNCTE)

I. 1.	I. 2.	I. 3.	I. 4.	I. 5.	I. 6.
d	b	a	c	c	b

SUBIECTUL AL II-LEA- 30 PUNCTE (6 x 5 PUNCTE)

II.1.	II. 2.	II. 3.	II. 4.	II. 5.	II. 6.
c	b	a	d	d	b

SUBIECTUL AL III-LEA – 30 PUNCTE

III.1.

Într-o clasă sunt mai puțin de 30 de elevi. În laboratorul de biologie stau câte 3 elevi într-o bancă, în laboratorul de chimie stau câte 4 elevi într-o bancă și în ambele laboratoare, întotdeauna, un elev rămâne singur în bancă. Aflați câți elevi sunt în clasă dacă în cabinetul de matematică, unde stau câte 5 elevi într-o bancă, sunt cuprinși toți elevii.

a) Pot fi în clasă 20 de elevi? Justificați.

b) Aflați câți elevi sunt în clasă?

c) Aflați numărul fetelor și numărul băieților din clasă știind că numărul băieților este cu 2 mai mic decât jumătate din numărul fetelor.

Soluție: Fie x = numărul elevilor din clasă;

a) Restul împărțirii lui 20 la 3 este egal cu 22p

Dar $x \in M_3 + 1$ 2p

Deci: în clasă nu pot să fie 20 de elevi 1p

b) $x = 3a + 1$ și $x = 4b + 1$ de unde obținem imediat $x-1 = 3a$ și $x-1 = 4b$ 2p

Din $x - 1 \in M_3$ și $x - 1 \in M_4$ avem că $x - 1 \in M_{12}$ deci $x \in M_{12} + 1$ 2p

Dar $x \in M_5$ și $x < 30$. Găsește $x = 25$ 1p



c) Notăm cu f și b numărul fetelor și, respectiv, numărul băieților din clasă

$f + b = 25$ 1p

$b = \frac{f}{2} - 2$ 2p

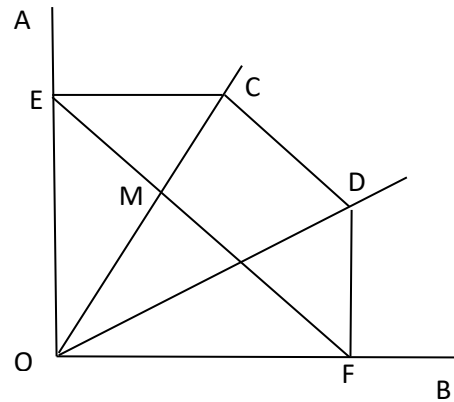
Finalizare $f = 18$ și $b = 7$ 2p

2. În interiorul unghiului drept AOB se consideră punctele C și D astfel încât $\angle BOC = \angle AOD = 60^\circ$ și $OC = OD$. Fie $CE \perp AO$ și $DF \perp OB$, unde $E \in OA$ și $F \in OB$.

a) Determinați măsurile unghiurilor triunghiului COD;

b) Arătați că $CE = DF$;

c) Demonstrați că $EF \parallel CD$.



Soluție:

a) Găsește $\angle AOC = \angle COD = \angle DOB = 30^\circ$ 1p

$OC = OD \Rightarrow \triangle COD$ este isoscel de bază CD2p

Găsește $\angle COD = 30^\circ$ și $\angle OCD = \angle ODC = 75^\circ$ 2p

b) Comparăm $\triangle CEO$ și $\triangle DFO$ – dreptunghice, $\angle EOC = \angle DOF$ și $OC = OD$ 3p

$\Rightarrow \triangle CEO \cong \triangle DFO \Rightarrow CE = DF$ 2p

c) Notăm $CO \cap EF = \{M\}$.

Din $\triangle CEO \cong \triangle DFO \Rightarrow OE = OF$ și cum $\angle EOF = 90^\circ \Rightarrow \triangle EOF$ este dreptunghic isoscel

$\Rightarrow \angle OEF = \angle OFE = 45^\circ$ 2p

În $\triangle MOE$ avem: $\angle OEM = 45^\circ$ și $\angle EOM = 30^\circ \Rightarrow \angle EMO = 105^\circ$ 1p

$\angle EMO = \angle 105^\circ \Rightarrow \angle EMC = 75^\circ$ 1p

Din $\angle EMC = \angle MCD \Rightarrow EF \parallel CD$ 1p



**CONCURSUL JUDEȚEAN
 ”MATEMATICA GIMNASTICA MINȚII”
 EDIȚIA a II-a , 27 APRILIE 2024
 BAREM MATEMATICĂ- CLASA A VII-A**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL AL II- LEA se punctează astfel:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL AL III-LEA

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I - 30 PUNCTE (6x5 PUNCTE)

I. 1.	I. 2.	I. 3.	I. 4.	I. 5.	I. 6.
b	a	d	c	a	d

SUBIECTUL AL II-LEA- 30 PUNCTE (6 x 5 PUNCTE)

II.1.	II. 2.	II. 3.	II. 4.	II. 5.	II. 6.
c	b	a	c	d	b

SUBIECTUL AL III-LEA – 30 PUNCTE

III.

1. Se consideră numerele reale

$$a = \sqrt{6} \left(\frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{(6\sqrt{2} - 5\sqrt{3})^2} \text{ și } b = 2\sqrt{6} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 2\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} - 2$$

a) Arată ca $b = 2\sqrt{3}$.

b) Demonstrează ca $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

a)

$$b = 2\sqrt{6} \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{6}} \right) - 2|1 - \sqrt{2}| - 2 \dots\dots\dots 2p$$

$$b = 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - 2(\sqrt{2} - 1) - 2 \dots\dots\dots 2p$$

$$b = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 2 - 2 \dots\dots\dots 2p$$

$$b = 2\sqrt{3} \dots\dots\dots 1p$$

b) $a = \sqrt{6} \left(\frac{8\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \right) + |6\sqrt{2} - 5\sqrt{3}| \dots\dots\dots 2p$

$$a = 8\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{2} \dots\dots\dots 2p$$



$$a=2\sqrt{2} \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2} \dots\dots\dots 1p$$

2. Se consideră pătratul ABCD cu latura de 20 cm și triunghiul echilateral MDC. Punctul E este mijlocul laturii MC.

- a) Arătați că $DE=10\sqrt{3}$ cm.;
- b) Știind că punctul $F \in DC$, determinați lungimea segmentului DF astfel încât suma distanțelor dintre AF și EF să fie minimă.

a) E=mij AC

ΔMDC echilateral $\Rightarrow DE$ inaltime in triunghi echilateral.....2p

$$DE = \frac{l\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 1p$$

$$DE = \frac{20\sqrt{3}}{2} \text{ cm} \dots\dots\dots 1p$$

$$DE = 10\sqrt{3} \text{ cm} \dots\dots\dots 1p$$

b) $AF+EF$ este minima daca A, E, F sunt coliniare.1p

Construim $AE \cap DC = \{F\}$ si $EP \perp DC$ si $AD \perp DC \Rightarrow EP \parallel AD$ 1p

$EP \parallel AD \Rightarrow \Delta ADF$ asemenea ΔEPF1p

$$\frac{AD}{EP} = \frac{DF}{PF} = \frac{AF}{EF} \dots\dots\dots 1p$$

EP linie mijlocie in ΔMNC , unde $MD \perp DC$ 1p

$$EP = \frac{MN}{2} \Rightarrow EP = \frac{10\sqrt{3}}{2} \Rightarrow EP = 5\sqrt{3} \text{ cm} \dots\dots\dots 1p$$

$$NC=10\text{cm}, PC=5\text{cm} \Rightarrow EP = 15 \text{ cm} \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{20}{5\sqrt{3}} = \frac{DF}{PF} \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{20}{20+5\sqrt{3}} = \frac{DF}{PF+DF} \Rightarrow \frac{20}{5(4+\sqrt{3})} = \frac{DF}{DP} \Rightarrow \frac{4}{4+\sqrt{3}} = \frac{DF}{15} \dots\dots\dots 1p$$

$$DF = \frac{60}{4+\sqrt{3}} \Rightarrow DF = \frac{60(4-\sqrt{3})}{13} \dots\dots\dots 1p$$



**CONCURSUL JUDEȚEAN
 ”MATEMATICA GIMNASTICA MINȚII”
 EDIȚIA a II-a , 27 APRILIE 2024
 BAREM MATEMATICĂ- CLASA A VIII-A**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL AL II- LEA se punctează astfel:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL AL III-LEA

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I - 30 PUNCTE (6x5 PUNCTE)

I. 1.	I. 2.	I. 3.	I. 4.	I. 5.	I. 6.
b	b	c	c	d	d

SUBIECTUL AL II-LEA- 30 PUNCTE (6 x 5 PUNCTE)

II.1.	II. 2.	II. 3.	II. 4.	II. 5.	II. 6.
d	b	a	a	d	c

SUBIECTUL AL III-LEA – 30 PUNCTE

Subiectul al III-lea (30puncte)

1. Fie funcțiile $f : R \rightarrow R, f(x) = 2x - 4$ și $g : R \rightarrow R, g(x) = -x + 5$.

a) Calculați aria triunghiului format de graficele celor două funcții și axa Oy.

b) Dacă A este punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa Oy, determinați distanța de la punctul A la graficul funcției g.

a) $G_f \cap O_y = A(0, b) \Rightarrow f(0) = b \Rightarrow b = 4 \Rightarrow A(0, -4) \dots\dots\dots 1p$

$G_f \cap O_x = B(a, 0) \Rightarrow f(a) = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow B(2, 0) \dots\dots\dots 1p$

$G_g \cap O_y = C(0, b) \Rightarrow f(0) = b \Rightarrow b = 5 \Rightarrow C(0, 5) \dots\dots\dots 1p$

$G_g \cap O_x = D(a, 0) \Rightarrow g(a) = 0 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow D(5, 0) \dots\dots\dots 1p$

$G_f \cap G_g = T(x, f(x) = g(x)) \Rightarrow T(3, 2) \dots\dots\dots 2p$

$AC = 9; TP \perp OY \Rightarrow P(0, 2); TP = 3 \dots\dots\dots 2p$

$A_{\Delta TAC} = \frac{AC \cdot TP}{2} = \frac{27}{2} \dots\dots\dots 2p$

b) $A_{\Delta TAC} = \frac{TC \cdot d(A, G_g)}{2} \dots\dots\dots 2p$

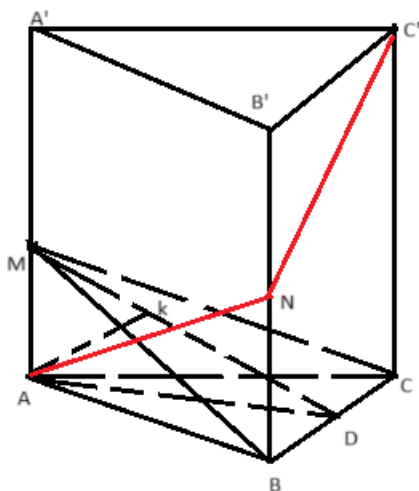
$TC = 3\sqrt{2} \dots\dots\dots 1p$

$d(A, G_g) = \frac{9\sqrt{2}}{2} \dots\dots\dots 2p$

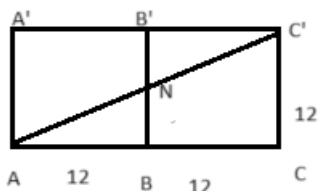


2. Fie prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu $AB=AA'=12\text{cm}$.

- a) Determinați lungimea drumului minim parcurs de o furnică ce pleacă din vârful A, intersectează muchia BB' și ajunge în vârful C' .
- b) Aflați poziția punctului M pe AA' dacă $d(A, (MBC))=3\sqrt{3}\text{cm}$.



5p) a.



Pe desfasurarea in plan, punctele A, N (punctul in care drumul furnicii intersecteaza muchia BB') si C' sunt coliniare3p

$d_{\min} = AC' = 12\sqrt{5}\text{cm}$ 2p

10p)b.

Fie $AD \perp BC$, $D \in BC \Rightarrow AD = 6\sqrt{3}\text{cm}$ 1p

Din teorema celor trei perpendiculare $\Rightarrow MD \perp BC$ 2p

Fie $AK \perp MD$, $K \in MD$. Se demonstreaza ca $AK \perp (MBC) \Rightarrow d(A, (MBC)) = AK = 3\sqrt{3}\text{cm}$ 3p

$DK = 9\text{cm}$ 1p

$MD = 12\text{cm}$ 1p

$MA = 6\text{cm}$, deci M este mijlocul segmentului AA' 2p